

Kapitel 4

Lokalisierung

4.1.	Lokalisierung mit interner Odometrie	118
4.1.1.	Bestimmung von (x, y, φ) aus (v, ω) von Encodern	118
4.1.2.	Positions- und Orientierungsfehler	119
4.2.	Lokalisation über künstliche Landmarken	120
4.2.1.	Passive Landmarken mit Messung der Winkel	120
4.2.2.	Messung der Entfernung zu künstlichen Landmarken	123
4.2.3.	Aktive künstliche Landmarken	123
4.3.	Natürliche Landmarken	124
4.3.1.	Kanten als Landmarken	125
4.3.2.	Wände als Landmarken (Hinkel und Knieriemen, 1991)	126
4.3.2.1.	Winkelhistogramm	126
4.3.2.2.	Bestimmung von x und y	127
4.3.3.	Korrelation (Edlinger und Weiss, 1997)	127
4.3.3.1.	Winkelhistogramm der Rohdaten	128
4.3.3.2.	Korrelation von zwei Histogrammen	128
4.3.3.3.	Rotation $\Delta\alpha$	128
4.3.3.4.	Drehung der Radarbilder	129
4.3.3.5.	Punkthistogramme	129
4.3.3.6.	Bildung der Mittelwerte	130
4.3.3.7.	Korrelation in x - und y -Richtung	130
4.4.	Globale Lokalisierung	131
4.4.1.	Invariante Merkmale von Laserscans	131
4.4.2.	Ankerpunkte	132
4.4.3.	Merkmalsvergleich	134
4.4.4.	Erweiterung des Abstandsbegriffs	135
4.4.5.	Übereinstimmung in Merkmalen	136
4.4.6.	Verschiedene Anzahl von Merkmalen in den Szenen (J. Weber)	137

Definition

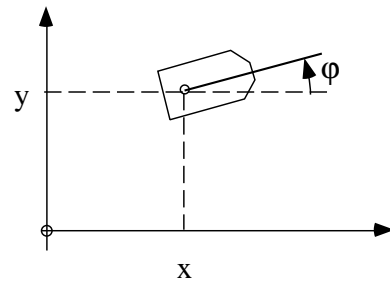
Lokalisierung:

- Antwort auf die Frage "wo bin ich und wie bin ich zu meiner Umgebung orientiert?"
- bestimmen des Ortes und der Orientierung des AMR in Bezug auf ein raumfestes (Koordinaten) System
 - entweder unter Angabe der cartesischen Koordinaten (x, y) und der Orientierung φ in Bezug auf eine Koordinatenachse
 - oder durch Angabe von Lagerrelationen des AMR zu Objekten des umgebenden Raumes

4.1. Lokalisierung mit interner Odometrie

Lokalisierung:

Position und Orientierung des AMR
in Bezug auf Weltkoordinaten feststellen
AMR durch Tripel (x, y, φ) gekennzeichnet



4.1.1. Bestimmung von (x, y, φ) aus (v, ω) von Encodern

Gegeben sind die Steuervariablen v und ω . Aus ihnen soll die Position des AMR bestimmt werden. Die Werte von v und ω sind entweder die Steuerbefehle oder an den Rädern mit Encodern gemessene Werte. Sie sind i. allg. nicht in geschlossener Form vorgegeben, sondern als eine Folge von Messwerten.

$R \Delta\varphi = ds = v dt$
 $\implies \omega = d\varphi/dt$

$dx = v \cos \varphi dt$
 $dy = v \sin \varphi dt$

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega(\tau) d\tau + \varphi_0$$

$$x(t) = \int_0^t v \cos \varphi(\tau) d\tau + x_0$$

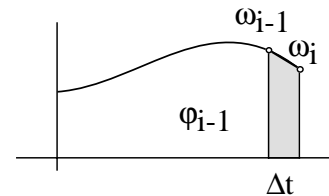
$$y(t) = \int_0^t v \sin \varphi(\tau) d\tau + y_0$$

Numerische Integration der Bewegungsgleichungen

$$x(t) = \int_0^t v \cos \left(\int_0^\tau \omega(t) dt \right) d\tau \quad \text{i.A nicht geschlossen integrierbar}$$

$v(t), \omega(t)$ alle Δt gemessen $\implies \{v_i\}, \{\omega_i\}$

Δt bestimmt durch Abtasttheorem nach oben
und Datenrate nach unten



numerische Integration zur Bestimmung von $\varphi(t), x(t)$ und $y(t)$

$$\varphi(t_i) \rightarrow \{\varphi_i\} \text{ mit } \varphi_i \approx \varphi_{i-1} + (\omega_{i-1} + \omega_i) \cdot \Delta t / 2 \quad \text{(Trapezregel)}$$

$$(t_i) \rightarrow \{x_i\} \text{ mit } x_i \approx x_{i-1} + (v_{i-1} \cdot \cos(\varphi_{i-1}) + v_i \cdot \cos(\varphi_i)) \cdot \Delta t / 2$$

$$y(t_i) \rightarrow \{y_i\} \text{ mit } y_i \approx y_{i-1} + (v_{i-1} \cdot \sin(\varphi_{i-1}) + v_i \cdot \sin(\varphi_i)) \cdot \Delta t / 2$$

ggf. genauere Interpolationsformeln der numerischen Mathematik für φ_i verwenden:

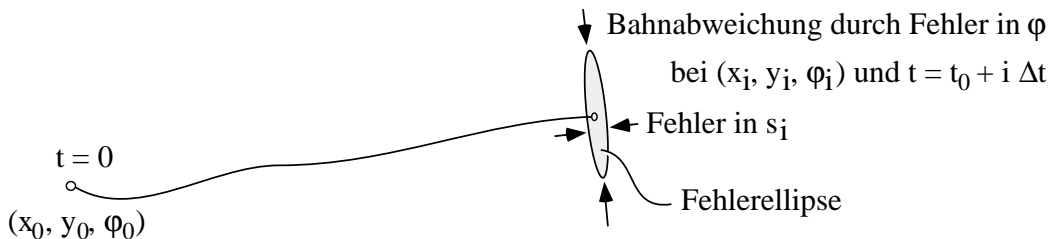
$$\varphi_{2i} \approx \varphi_{2i-2} + \Delta t / 3 (\omega_{2i-2} + 4 \omega_{2i-1} + \omega_{2i})$$

4.1.2. Positions- und Orientierungsfehler

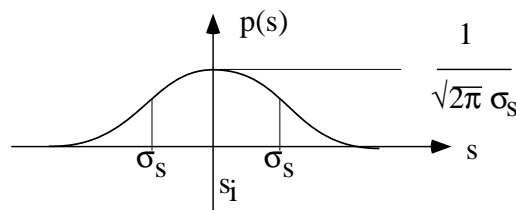
Die zurückgelegte Strecke $s(t)$ ist meist recht genau bestimmbar (Kilometerzähler).

In die Bestimmung von $x(t)$ und $y(t)$ geht $\varphi(t)$ ein und damit die Winkelfehler in der Bestimmung von φ aus Encodern und die Ungenauigkeiten der Integration.

Da der Winkelfehler dominiert, erhält man nach einer gefahrenen Strecke s eine Fehlerellipse für die Unsicherheit in der Position mit dem großen Durchmesser senkrecht zur Fahrtrichtung.



gleichverteilter Fehler \implies Gausskurve



$p(s)$: Wahrscheinlichkeit, Strecke s gefahren zu sein obwohl s_i gemessen wurde

$$p(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_s} e^{-\frac{(s - s_i)^2}{2 \sigma_s^2}}$$

Gaussche Normalverteilung $p(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_s} e^{-\frac{(s - s_i)^2}{2 \sigma_s^2}}$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(s) ds = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_s} e^{-\frac{(s - s_i)^2}{2 \sigma_s^2}} ds = 1$$

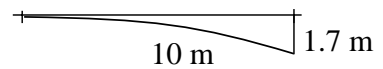
$$p(s_i + \sigma_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_s} e^{-1/2} \quad \text{0,6}$$

$$\int_{-\sigma_s}^{+\sigma_s} p(s) ds = 0,6826 \quad \int_{-2\sigma_s}^{+2\sigma_s} p(s) ds = 0,9545$$

rifffehler:

$$p(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_\varphi} e^{-\frac{(\varphi - \varphi_i)^2}{2 \sigma_\varphi^2}}$$

typ. Wert
 $\sigma_\varphi / s = 1 \text{ } ^\circ/\text{m}$



nach relativ kurzer Zeit halluziniert der AMR über seine Position und Orientierung

da $\sigma_\varphi = b s(t)$ und $\sigma_s = a s(t)$ und $s(t) \approx v t$

Es besteht die zwingende Notwendigkeit, die mit der Zeit anwachsenden Fehler ab und zu zu korrigieren, indem Zusatzinformationen zur Lokalisierung herangezogen werden.

4.2. Lokalisation über künstliche Landmarken

Es werden zur Lokalisierung künstlich Landmarken in die Einsatzumgebung eingebracht.

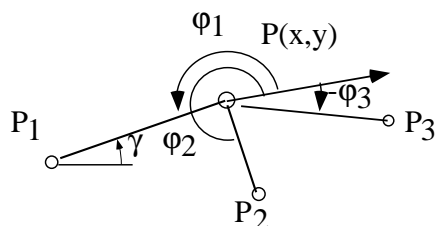
4.2.1. Passive Landmarken mit Messung der Winkel

(Barcodestreifen oder Reflexlichtstreifen gelesen durch einen Reflexsensor)

gegeben: Landmarken $P_i (x_i, y_i)$; der Roboter glaubt sich bei $P(x', y')$

gemessen: Winkel φ_1, φ_2 und φ_3

gesucht: Position (x, y)



Orientierung des AMR

$$\implies \varphi_{12} = \varphi_2 - \varphi_1$$

$$\varphi_{23} = \varphi_3 - \varphi_2$$

φ_{12} und φ_{23} sind Invariante bei P

später Orientierung ϕ des AMR aus φ_1 und Winkel $(P, P_1) = \gamma$

berechne den Schnittpunkt $P(x,y)$ im Koordinatensystem (x', y') durch M_1 und M_2

$$L = (M_1, M_2) = ((x_{M2} - x_{M1})^2 + (y_{M2} - y_{M1})^2)^{1/2}$$

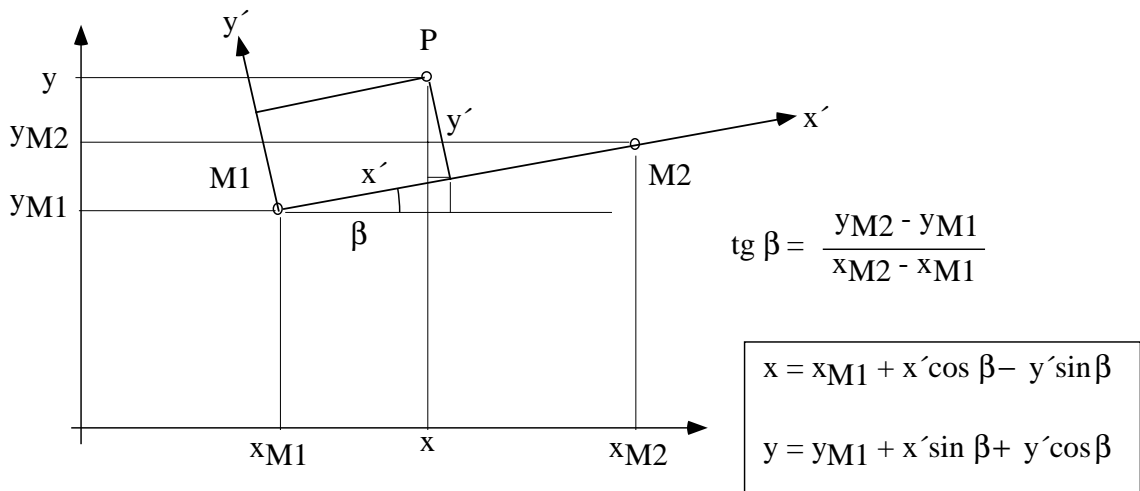
$$x'^2 + y'^2 = R_1^2;$$

$$(L - x')^2 + y'^2 = R_2^2 \quad \implies R_1^2 = R_2^2 - L^2 + 2Lx'$$

$$x' = \frac{R_1^2 - R_2^2 + L^2}{2L}$$

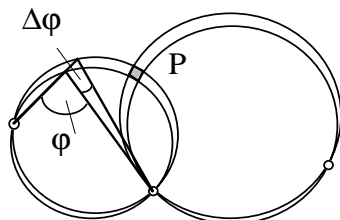
$$y' = (R_1^2 - x'^2)^{1/2}$$

Koordinatentransformation



Fehler bei der Ortsbestimmung aus Winkelmessungen

- Ungenauigkeiten in den Winkelmessungen
 - \implies Kreise verschiedenen Durchmessers; der Positionsfehler wird zu einer Rhombe
 - Abmessungen $\approx \Delta R_1 \times \Delta R_2$; die Fehlerellipse schrumpft entsprechend

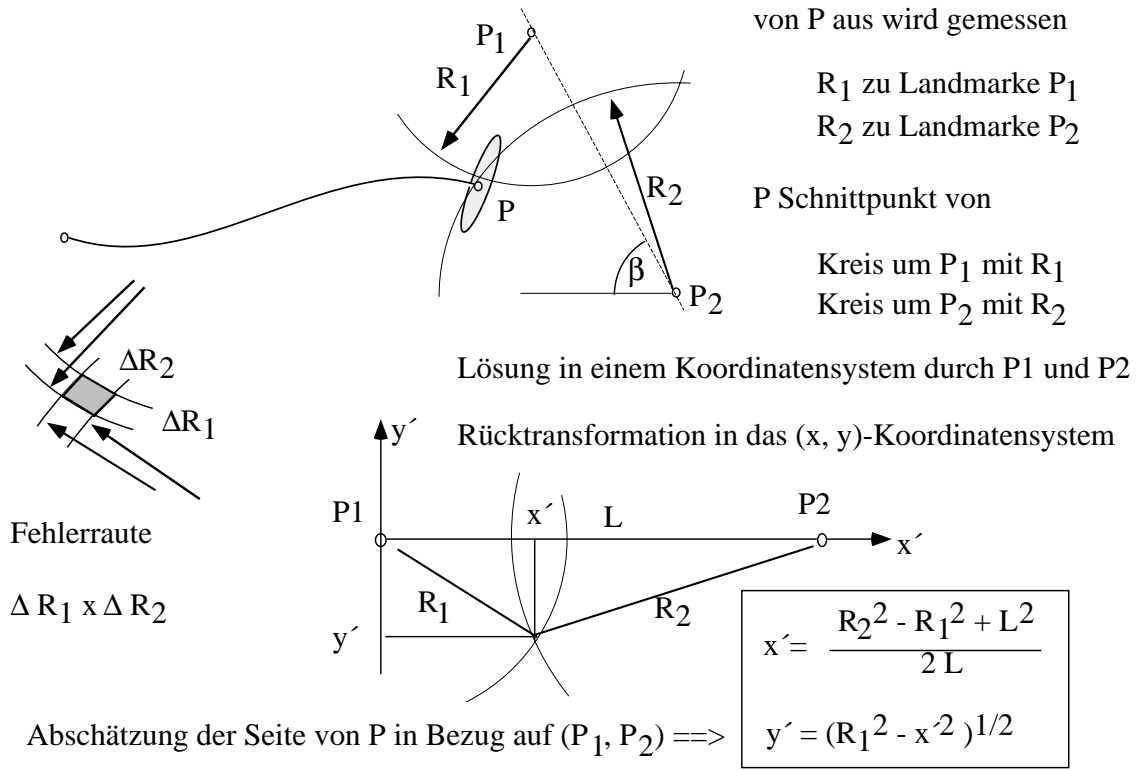


- Fehlerkennung von Landmarken
 - zufällige Reflexe werden als Landmarken fehlinterpretiert
 - Abhilfe: Plausibilitätsbetrachtungen, Fehlerabschätzungen
 - \implies Erkennen des Fehlers

4.2.2. Messung der Entfernung zu künstlichen Landmarken

Mit entfernungsgebenden Sensoren wird der Abstand zu Landmarken vermessen.

Der AMR glaubt sich an Position P und sieht Landmarken P₁ und P₂



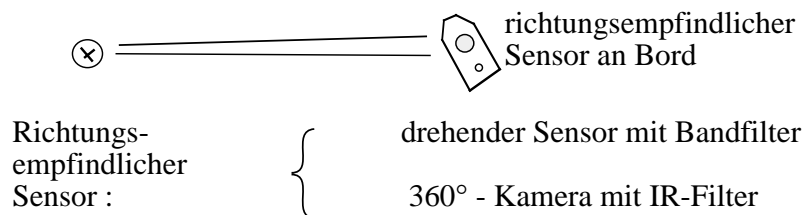
4.2.3. Aktive künstliche Landmarken

outdoors: GPS; Peilsender (Loran-System); Leuchttürme; Ampeln

indoors:

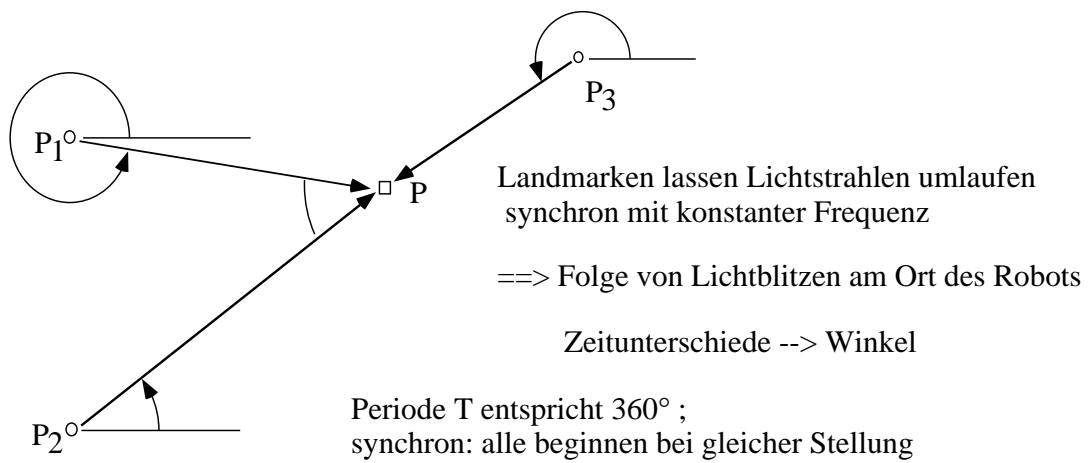
- Lichtquellen kennzeichnen Andockstationen (z. B. Ladestation) (Eindeutigkeit durch Modulation des Lichtes - IR, 20 -50 kHz)

Feststellen der Richtung des Signals und Fahrt dorthin



360°-Kamera: Differenzbildung von zwei Aufnahmen; Modulation der Lichtquelle mit der halben Aufnahme Frequenz \implies nur diese sichtbar

- Drehende Leuchtfeuer



Signal von P₁ sei als Null gesetzt ==> $\Delta t_{12} \rightarrow \varphi_{12} = \frac{\Delta t_{12} \cdot 360^\circ}{T}$
 $\Delta t_{23} \rightarrow \varphi_{23} = \frac{\Delta t_{23} \cdot 360^\circ}{T}$

Aus den Winkeln läßt sich die Position von P bestimmen

Der AMR muss das Synchronisationssignal ebenfalls empfangen, um seine Zähler zu starten, mit denen er die Zeiten bis zum Vorbeilaufen der Lichtblitze messen kann.

4.3. Natürliche Landmarken

Es werden Features der Umwelt betrachtet, die eine eindeutige Referenzierung des AMR ermöglichen.

- Kanten als Referenzpunkte
 - Kanten von Türöffnungen
 - Wandecken ==> Invarianten des Raumes
 - Ecken von fest eingebauten Möbeln
- Richtungen zur Festlegung der Orientierung
 - Übergang Wand - Fußboden
 - Leuchtstoffröhren an der Decke (i. allg. parallel zu Wänden)
 - Deckenstrukturen
 - Wände

- Objekte als Landmarken

eindeutig erkannte Objekte bilden Landmarken (Räume und/oder Gegenstände)

Lagerrelationen in Bezug auf den Robot (attribuierter Graph)

Lagerrelationen untereinander (ggf. nur unscharfe Entfernungswerte)

==> topologische Darstellung einer Situation

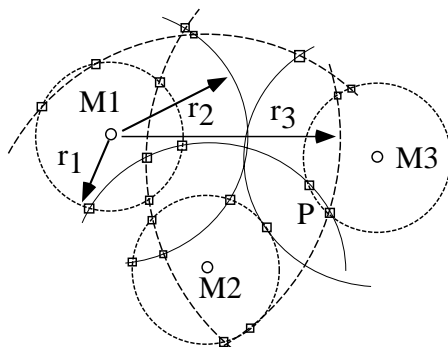
4.3.1. Kanten als Landmarken

Bei unbekannter Orientierung misst der Robot aus Position P eine Reihe von Entfernungen $\{r_k\}$ zu Kanten. Der AMR liegt im Schnittpunkt von Kreisen um Marken M_i bei P

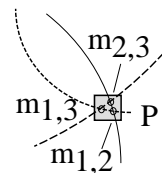
$$(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 = r_k^2 \quad k = 1, \dots, n \text{ \# gemessene Entfernungen}$$

$$i = 1, \dots, m \text{ \# Landmarken}$$

I. allg. werden einige Landmarken nicht gesehen (Verdeckung) oder falsche Entfernungen gemessen (zufällige Hindernisse).



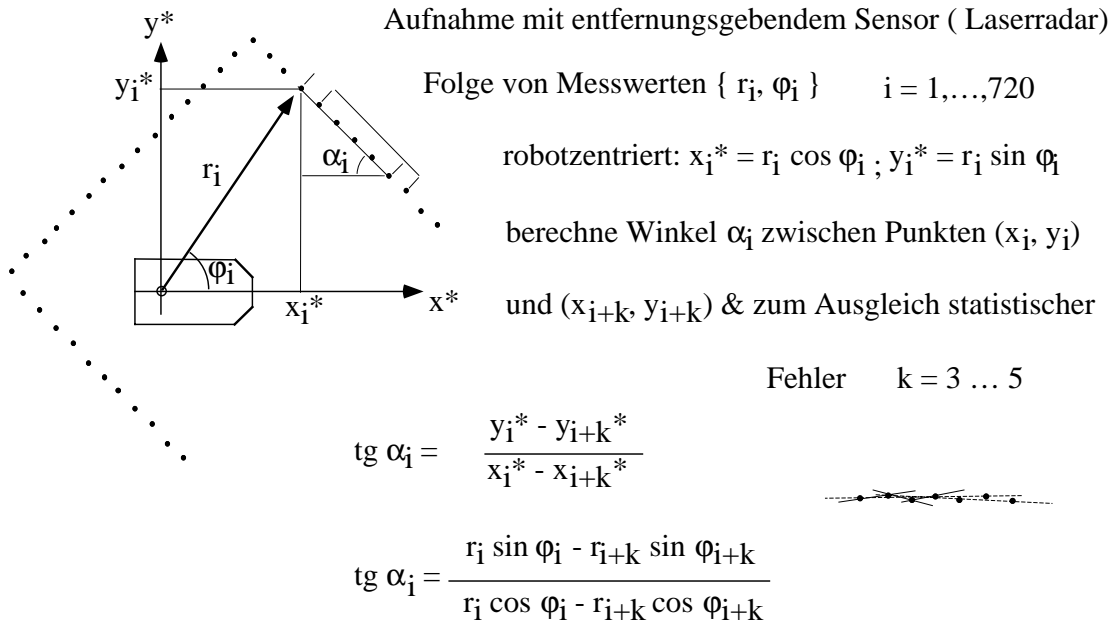
==> Wolke von Schnittpunkten $m_{p,q}$ von r_p und r_q mit Häufungspunkt bei Position P



Aus der Vielzahl von Schnittpunkten sind i. allg. nur wenige Kandidaten für die Position des AMR. Wenn mit der Entfernungsmessung der Winkel in Bezug auf den AMR mit gemessen wird, dann kann die Position aus bekannten Landmarken und ungefähre Position des AMR einfach bestimmt werden. Wenn dagegen der AMR "aufwacht", nicht weiß wo er ist, und nur Entfernungen und Winkel zu Kanten misst, ist die Lokalisierung schwieriger (s. globale Lokalisierung).

4.3.2. Wände als Landmarken (Hinkel und Knieriemen, 1991)

Die Umgebung des AMR enthalte große gerade Strukturen, z. B. Wände. Ihre Richtung ist i. allg. eine Invariante des Raumes und Kandidat für eine Landmarke.



wenn nur Richtungen interessieren rechne $\alpha \text{ mod } 180^\circ$

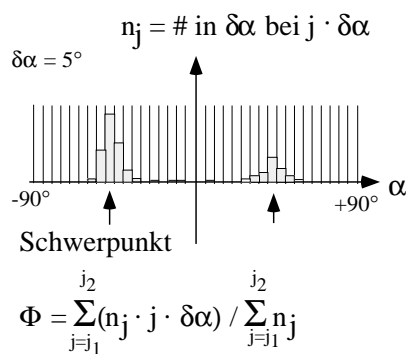
4.3.2.1. Winkelhistogramm

Sammele und zähle $\alpha_i \text{ mod } 180^\circ$ in Boxen der Breite $\delta\alpha$. Typische Werte für $\delta\alpha$ sind $5 - 10^\circ$.

Damit entsteht ein Winkelhistogramm. Eine Häufung der Winkel, insbesondere im Abstand von 90° , kennzeichnet gerade Strukturen (Wände).

Suche Schwerpunkt Φ in der Verteilung

==> Vorzugsrichtung der Umgebung in Bezug auf den AMR

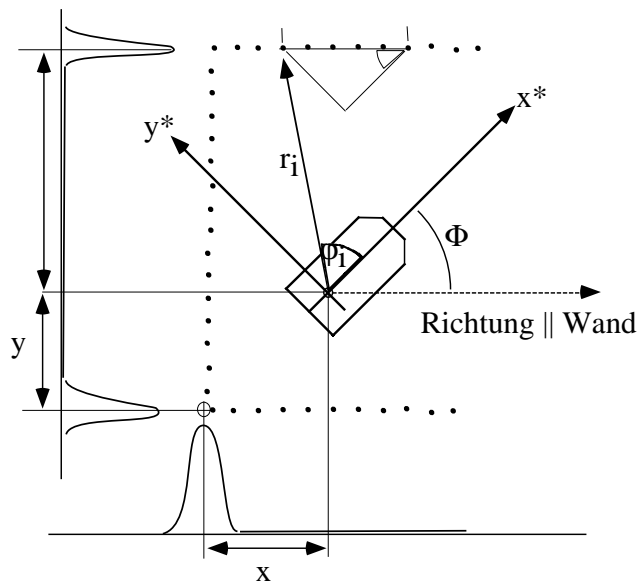


Gewichtung der Winkeleintragungen: wichte α_i mit $r_i^* = (r_i + r_{i+k}) / 2$

==> die weit entfernten Teile einer Wand werden stark gewichtet gegenüber nahen ebenen Flächen, auf die viel mehr Entfernungspunkte fallen.

4.3.2.2. Bestimmung von x und y

Drehen des Koordinatensystems um Φ und Projektion der Radarpunkte parallel zu den Vorzugsrichtungen in die x- und y-Achse in Form von Histogrammen.



==> Häufungspunkte bei den Wänden
 Schwerpunkte ermitteln
 ==> Position (x, y) des AMR
 in einem raumfesten
 Koordinatensystem
 und seine Orientierung Φ

4.3.3. Korrelation (Edlinger und Weiss, 1997)

gegeben: zwei Laserscans

- ein Referenzscan aus Position (x_0, y_0, γ_0)
- ein aktueller Scan aus unbekannter Position (x, y, φ)

gesucht: Ort und Orientierung (x, y, φ)

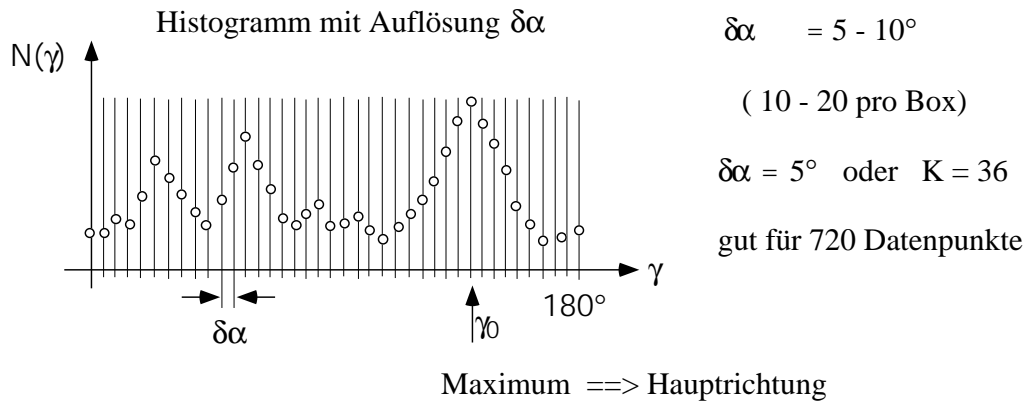
Voraussetzung: beide Scans sehen im wesentlichen die gleiche Scene

Idee: Verfahren in zwei Schritten

- Korrelation der Winkelhistogramme
 ==> Verdrehung der Scans um ein $\Delta\alpha$ ==> $\varphi = \gamma_0 + \Delta\alpha$
- Korrelation der winkeladjustierten Scans
 ==> Verschiebung um Δx und Δy ==> $x = x_0 + \Delta x; y = y_0 + \Delta y$

4.3.3.1. Winkelhistogramm der Rohdaten

- ein Laserradar erfasse 720 Radarpunkte auf dem Vollkreis
- miss die Winkel α_i von benachbarten Radarpunkten P_i und P_{i+r} gegen die Robotachse
- verteile $\{ \alpha_i \}_{i=0, \dots, 719}$ in K Boxen der Breite $\delta\alpha$



Histogramm $\{N_k\}_{k=0, \dots, 35}; \delta\alpha = 5^\circ$

Invariante der Szene; zyklisch mod K : $N_{36} = N_0$

4.3.3.2. Korrelation von zwei Histogrammen

Seien $\{N_k\}_0$ und $\{N_k\}_1$ Winkelhistogramme von Radarbildern aufgenommen aus Positionen P_0 und P_1 mit $(k - m) \bmod K$ und seien die Mittelwerte der beiden Winkelhistogramme

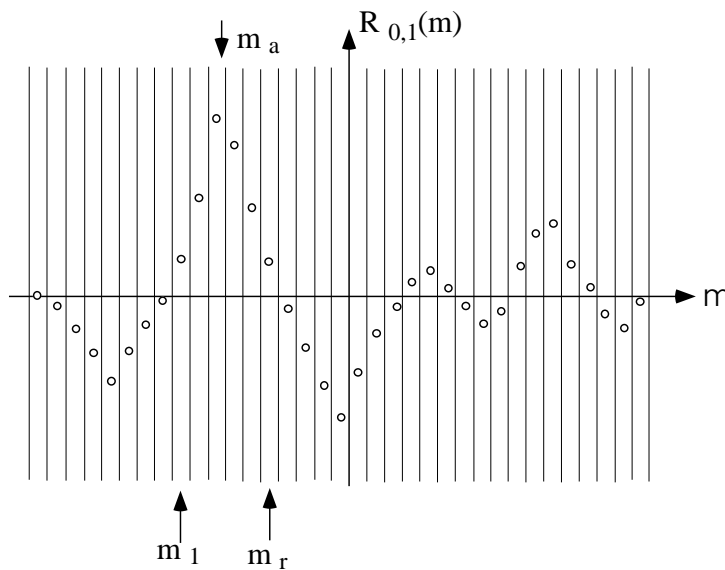
$$\tilde{N}_0 = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} N_{k,0} \quad \text{and} \quad \tilde{N}_1 = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} N_{k,1}$$

dann ist die diskrete Korrelation eine Funktion der Verschiebung m der Winkelhistogramme gegeneinander

$$R_{0,1}(m) = \frac{1}{2K} \sum_{k=0}^{K-1} (N_{k,0} - \tilde{N}_0) \cdot (N_{k-m,1} - \tilde{N}_1)$$

4.3.3.3. Rotation $\Delta\alpha$

Die Korrelation der beiden Winkelhistogramme ist ein Maß für die Ähnlichkeit unter Rotation: das Maximum der Korrelation gibt den wahrscheinlichsten Winkel $\Delta\alpha$ der Verdrehung der beiden Scans gegeneinander.



höchstes Maximum m_a
als Schwerpunkt zwischen
Nullstellen m_l und m_r

$$m_a = \frac{\sum_{n=1}^r R_{0,1}(m_n) \cdot m_n}{\sum_{n=1}^r R_{0,1}(m_n)}$$

Rotation $\Delta\alpha = m_a \cdot \delta\gamma$

4.3.3.4. Drehung der Radarbilder

rotiere Radarbild bei P_0 um P_0 mit γ_0 in die Vorzugsrichtung der Scene

rotiere Radarbild bei P_1 um P_1 mit $(\gamma_0 + \Delta\alpha)$ in die Vorzugsrichtung der Scene

Radarpunkt $(\varphi_i, r_i)_0 \rightarrow (\varphi_i - \gamma_0, r_i)_0$

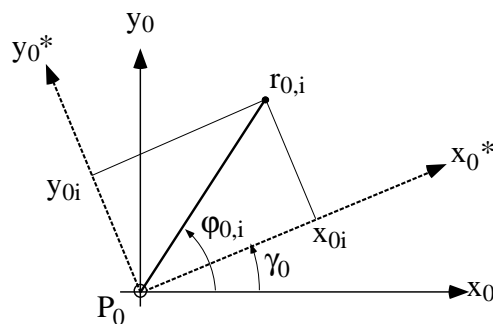
$(\varphi_i, r_i)_1 \rightarrow (\varphi_i - (\gamma_0 + \Delta\alpha), r_i)_1$

$$x_{0,i} = r_{0,i} \cdot \sin(\varphi_{0,i} - \gamma_0)$$

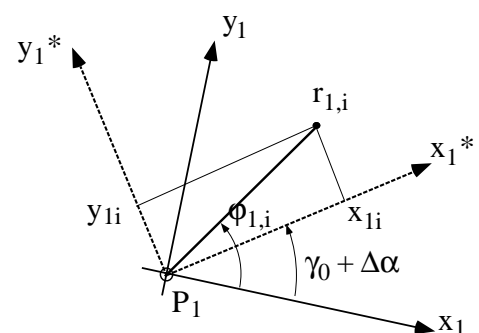
$$x_{1,i} = r_{1,i} \cdot \sin(\varphi_{1,i} - (\gamma_0 + \Delta\alpha))$$

$$y_{0,i} = r_{0,i} \cdot \cos(\varphi_{0,i} - \gamma_0)$$

$$y_{1,i} = r_{1,i} \cdot \cos(\varphi_{1,i} - (\gamma_0 + \Delta\alpha))$$



$\Rightarrow \{x_{0i}\}, \{y_{0i}\}, i = 0, \dots, 719$



$\Rightarrow \{x_{1i}\}, \{y_{1i}\}, i = 0, \dots, 719$

4.3.3.5. Punkthistogramme

mit den Punkten $\{x_{0,i}^*\}, i = 0, \dots, 719$ und Kästen der Breite δx

bilde ein Histogramm $H_{0x} = \{h_{0xn}\}, n = -N, \dots, +N$

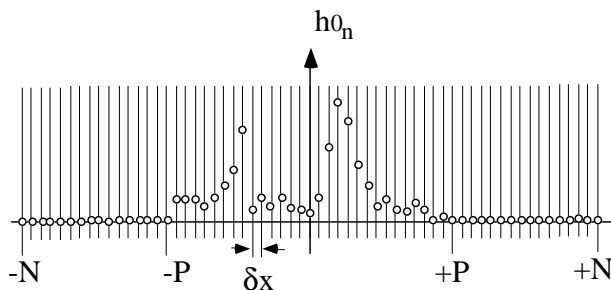
mit $h_{0xn} = \#\{x_{0,i}^* \mid n \cdot \delta x \leq x_{0,i}^* < (n+1) \cdot \delta x\}$

(Anzahl der x-Werte zwischen $n \cdot \delta x$ und $(n+1) \cdot \delta x$)

Sei $P \cdot \delta x =$ detektierbare Maximaldistanz $\approx 4m$ und $\delta x = 6 \text{ cm}$ setze $N \approx 2P$

\implies außerhalb von $P \cdot \delta x$ liegen keine x-Werte

$\implies h_{0x_n} = 0$ für $n > P$ oder $n < -P$



In der gleichen Weise werden Histogramme H_{0y} , H_{1x} und H_{1y} aufgebaut.

4.3.3.6. Bildung der Mittelwerte

Bilde zu den Punkthistogrammen die Mittelwerte

$$h_{0x} = \frac{1}{2P} \sum_{n=-P}^{+P} h_{0x_n} \quad \tilde{h}_{0y} = \frac{1}{2P} \sum_{n=-P}^{+P} h_{0y_n}$$

$$\tilde{h}_{1x} = \frac{1}{2P} \sum_{n=-P}^{+P} h_{1x_n} \quad \tilde{h}_{1y} = \frac{1}{2P} \sum_{n=-P}^{+P} h_{1y_n}$$

4.3.3.7. Korrelation in x- und y-Richtung

korreliere H_{0x} and H_{1x} :

$$Q_{x0,1}(m) = \frac{1}{2P} \sum_{n=-P}^{+P} (h_{0x_n} - \tilde{h}_{0x}) \cdot (h_{1x_{n-m}} - \tilde{h}_{1x})$$

korreliere H_{0y} und H_{1y} :

$$Q_{y0,1}(m) = \frac{1}{2P} \sum_{n=-P}^{+P} (h_{0y_n} - \tilde{h}_{0y}) \cdot (h_{1y_{n-m}} - \tilde{h}_{1y})$$

berechne $Q_{x0,1}(m)$ und $Q_{y0,1}(m)$ für $-(N - P) \leq m < (N - P)$

finde die Maxima m_x and m_y in den Korrelationen $Q_{x0,1}$ and $Q_{y0,1}$

das ergibt $\Delta x = m_x \cdot \delta x$ and $\Delta y = m_y \cdot \delta x$

\implies

$$P_1 = (\Delta x, \Delta y)_0$$

im Koordinatensystem $[x_0^*, y_0^*]$ bei P_0

4.4. Globale Lokalisierung

- Aufgabe:** Der AMR erwacht, sieht sich um, wo ist er?
- Voraussetzung:** Der AMR kennt den Bereich, wo er aufwacht.
- Lösung:** Er macht einen Scan der Scene. Den Scan, den er gemacht hat, muss er mit gegebenen Referenzscans vergleichen
- der aktuelle Scan ist ungleich allen Referenzscans, aber einigen mehr oder weniger ähnlich ==> dort ist er wahrscheinlich
 - mehrfach ein Stück fahren, einen Scan aufnehmen und vergleichen ==> in einer Gegend häufen sich die Wahrscheinlichkeiten: dort ist er!
- Vergleich:** invariante Merkmale aus Scans extrahieren und diese vergleichen
- invariante Merkmale:**
- bei geringer Verschiebung des Standpunktes ändern sie sich nicht
 - charakterisieren einen Bereich der Einsatzumgebung

4.4.1. Invariante Merkmale von Laserscans

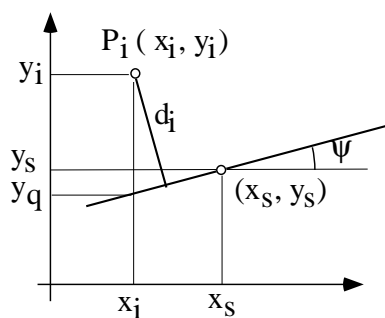
Es werden Invarianten eines Scans gesucht, die als Landmarken dienen können.
 Laserscan gegeben als Punktfolge $\{x_i, y_i\}$ im roboterfesten Koordinatensystem

Schwerpunkt: $x_s = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ $y_s = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$ (benachbarte Scans haben gleichen Schwerpunkt)

Momente: $M_{p,q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^p \cdot y_i^q$ (Schwerpunkt $x_s = M_{1,0}$, $y_s = M_{0,1}$)

Neben die Momente treten spezielle physikalisch motivierte Invarianten

Trägheitsmoment bezüglich einer Achse durch (x_s, y_s) unter dem Winkel ψ :



$$\sum_{i=1}^N d_i^2 = f(\psi)$$

Geradengleichung : $y = m \cdot x + b$

$$y_s = m \cdot x_s + b ; \quad m = \text{tg } \psi ; \quad b = y_s - m \cdot x_s$$

$$y_q = m \cdot x_i + b ; \quad \cos \psi = \frac{d_i}{y_i - y_q}$$

$$d_i = (y_i - y_q) \cdot \cos \psi$$

$$d_i^2 = (y_i - \text{tg } \psi \cdot x_i - y_s - \text{tg } \psi \cdot x_s)^2 \cdot \cos^2 \psi$$

Trägheitsellipsoid

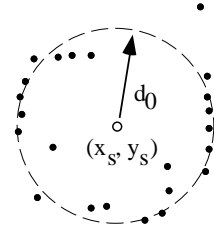
$$f(\psi) = \sum_{i=1}^N d_i^2$$

$$f(\psi) = \sum_{i=1}^N (y_i - \text{tg } \psi \cdot x_i - y_s - \text{tg } \psi \cdot x_s)^2 \cdot \cos^2 \psi$$

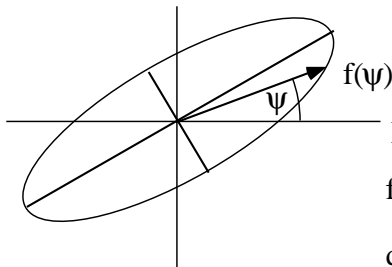
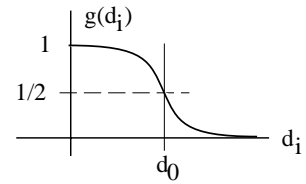
um weit außen liegende Ausreißer nicht zu stark zu gewichten

bilde mittleren Abstand $d_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N ((x_i - x_s)^2 + (y_i - y_s)^2)^{1/2}$

und ersetze $d_i \leftarrow d_i \cdot g(d_i)$ mit $g(d_i) = \frac{1}{1 + e^{\frac{d_i - d_0}{\alpha}}}$



auch eine Invariante!



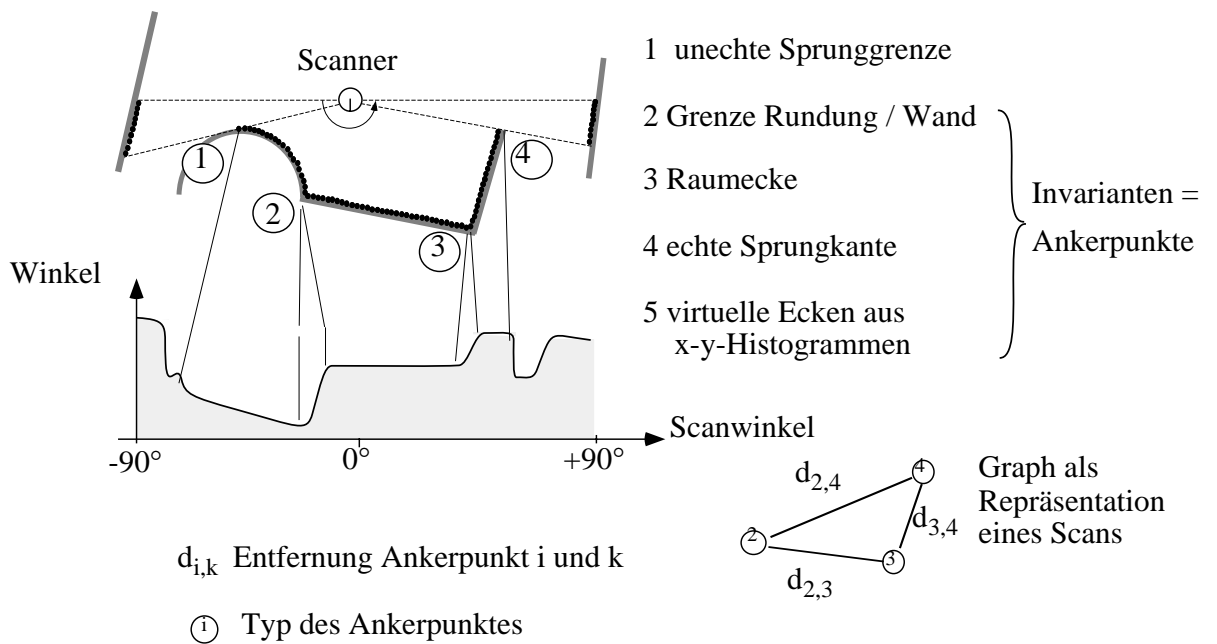
Für jede Punktwolke gilt:

$f(\psi)$ bildet eine Ellipse (Trägheitsellipse)

die Hauptachsen sind Invarianten in Lage und Größe!

4.4.2. Ankerpunkte

Extrahiere Kanten aus einem Scan: sie sind z. T. Invarianten der Scene



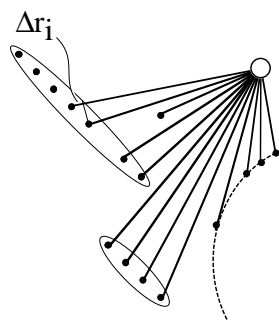
Extraktion von Ankerpunkten

Betrachte Scan $\{r_i, \varphi_i\}$ und segmentiere : sei $\Delta r_i = r_{i+1} - r_i$; for $i = 1$ to N do

wenn $|\Delta r_i| \leq s$ ist, dann bilden (r_i, φ_i) und (r_{i+1}, φ_{i+1}) ein Segment ; $i := i+1$

wenn $|\Delta r_i| > s$ und $|r_{i+2} - r_i| \leq s \implies (r_{i+2}, \varphi_{i+2})$ gehört zum Segment
 (r_{i+1}, φ_{i+1}) ist ein Einzelpunkt; $i := i+2$

wenn $|\Delta r_i| > s$ und $|\Delta r_{i+1}| < s$ mache mit (r_{i+1}, φ_{i+1}) neues Segment auf



\implies Sprungkante bei (r_i, φ_i) ; $i := i+1$

wenn $|\Delta r_i| > s$ und $|\Delta r_{i+1}| > s$

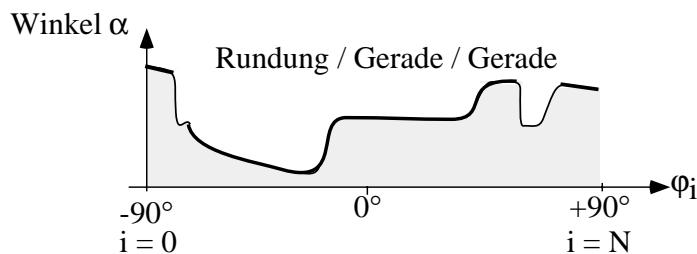
\implies unechte Sprunggrenze:

(r_{i+1}, φ_{i+1}) ist ein Einzelpunkt; $i := i+2$

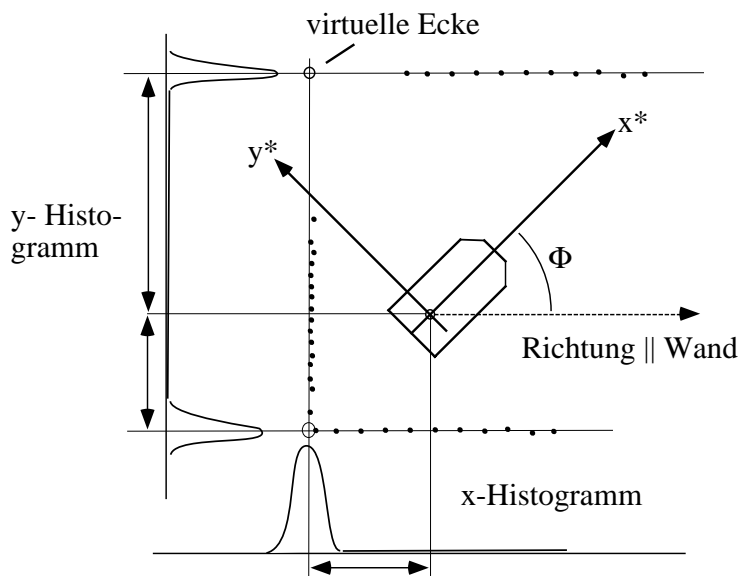
sonst : (r_i, φ_i) ist ein Einzelpunkt; $i := i+1$

Betrachte Segmente in der Winkelfunktion $\alpha(\varphi_i)$

- gerade Stücke entsprechen Bereichen mit konstantem Winkel
- Übergänge zwischen Geraden sind Stufen in der Winkelfunktion
 \implies **Raumecken**
- Rundungen entsprechen Geraden in der Winkelfunktion
- Übergänge von Rundungen zu Geraden sind Stufen in der Winkelfunktion
 \implies **Grenze Rundung / Wand**



Bilde x-y-Histogramme mit gedrehtem Scan; Schnittpunkte der Maxima in x- und y-Richtung sind **virtuelle Ecken** (recht gute Ankerpunkte)



4.4.3. Merkmalsvergleich

Gegeben seien zwei Szenen mit invarianten Merkmalen M_1, \dots, M_k und M_1^*, \dots, M_k^* .

Der Wertebereich der Merkmale M_i sei kontinuierlich: $M_i \in [m_{ia}, m_{ie}]$

Den Szenen sind dann Merkmalsvektoren

$\mathbb{M}^T = (M_1, \dots, M_k)$ und $\mathbb{M}^{*T} = (M_1^*, \dots, M_k^*)$ zugeordnet.

Sie werden gedeutet als Punkte in einem k-dimensionalen Raum.

Der Merkmalsvergleich wird dann zurückgeführt auf eine Abstandsmessung:

dazu Normierung: $M_i \in [m_{ia}, m_{ie}] \rightarrow M_i \in [0, 1]$

$M_i \rightarrow (M_i - m_{ia}) / (m_{ie} - m_{ia})$ (Gleichbehandlung aller Merkmale)

$\Rightarrow \mathbb{M}$ ist Punkt im k-dimensionalen Einheitsquader mit euklidischen Abständen

Der Abstand $\mathbb{M} \Leftrightarrow \mathbb{M}^*$ ist $d = \left(\sum_{i=1}^k (M_i - M_i^*)^2 \right)^{1/2}$ mit $d \in [0, \sqrt{k}]$

Behandlung von Merkmalen mit diskretem Wertebereich $M_i \in \{ m_{i1}, m_{i2}, \dots, m_{in} \}$

- Es gelte eine Ordnungsrelation $m_{i1} < m_{i2} < \dots < m_{in}$

dann wird abgebildet: $m_{iR} \rightarrow r$ und normiert $M_i \rightarrow \frac{M_i - 1}{n - 1}$

- Es gelte keine Ordnungsrelation \implies dann zählt nur Übereinstimmung

sei $M_i = m_{iR}$ und $M_i^* = m_{iS} \implies (M_i - M_i^*) = (1 - \delta_{RS})$

- im Extremfall ist die Übereinstimmung in diesem Merkmal *conditio sine qua non*

sei $M_i = m_{iR}$ und $M_i^* = m_{iS} \implies$

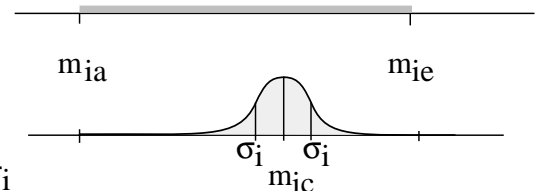
$$d = \delta_{RS} \cdot \left(\sum_{j \neq i} (M_j - M_j^*)^2 \right)^{1/2} + \sqrt{k} \cdot (1 - \delta_{RS})$$

ohne Übereinstimmung $d = d_{\max}$

4.4.4. Erweiterung des Abstandsbegriffs

Vorr. für Normierung war Gleichverteilung der Werte eines Merkmals auf den Wertebereich

$$M_i \in [m_{ia}, \dots, m_{ie}]$$



tatsächlich ist die Verteilung eher gaussförmig

mit Mittelwert m_{ic} und Standardabweichung σ_i

dann wird ersetzt $M_i \rightarrow \frac{M_i - m_{ic}}{\sigma_i}$ (Standarddistanz)

68% aller Werte liegen zwischen $-\sigma_i$ und $+\sigma_i$, 95% aller Werte zwischen $-2\sigma_i$ und $+2\sigma_i$

$(M_i - M_i^*) \rightarrow (M_i - M_i^*) / \sigma_i$ Merkmalsvektor $\mathbb{M} = (M_1, \dots, M_k)$

und die Distanz wird $d = \left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{M_i - M_i^*}{\sigma_i} \right)^2 \right)^{1/2}$; $0 \leq d \leq 4\sqrt{k}$;

die Distanz ist skaleninvariant $d > 4\sqrt{k}$ in 2,5% aller Fälle

Gegenseitige Abhängigkeit der Merkmale

Covarianz: misst die Tendenz von zwei Merkmalen, sich gemeinsam zu ändern

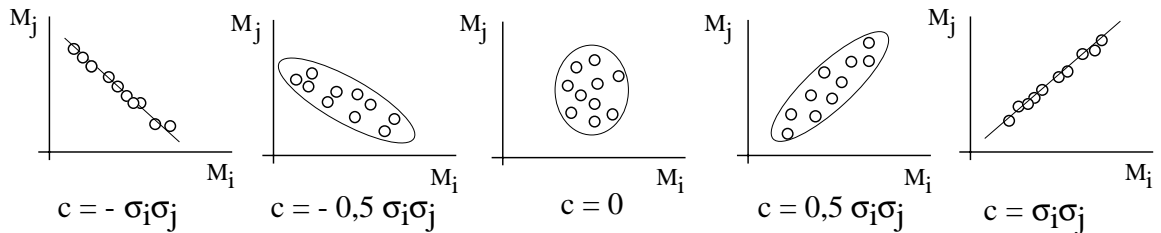
Varianz: misst den Mittelwert des Quadrats der Abweichung eines Merkmals vom Mittelwert (die Wurzel ist die Standardabweichung σ)

betrachte Merkmale M_i und M_j mit Exemplaren $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$ und $x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jn}$

Mittelwerte: $m_{iC} = (x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in}) / n$ bzw. $m_{jC} = (x_{j1} + x_{j2} + \dots + x_{jn}) / n$

Varianzen: $v_i = \left\{ \sum_{l=1}^n (x_{il} - m_{iC})^2 \right\} / (n-1)$ und $v_j = \left\{ \sum_{l=1}^n (x_{jl} - m_{jC})^2 \right\} / (n-1)$

Covarianz: $c(i,j) = \left\{ \sum_{l=1}^n (x_{il} - m_{iC})(x_{jl} - m_{jC}) \right\} / (n-1)$ $c(i,i) = \sigma_i^2 = v_i$



Definition der Mahalanobisdistanz

Abhängigkeiten von Merkmalen bei der Berechnung des Abstandes von M und M^*

es war $c(i,j) = \left\{ \sum_{l=1}^n (x_{il} - m_{iC})(x_{jl} - m_{jC}) \right\} / (n-1)$ und $c(i,i) = \sigma_i^2$

$$\text{und } d = \left\{ \sum_{i=1}^k (M_i - M_i^*)^2 \frac{1}{\sigma_i^2} \right\}^{1/2}$$

$$d^2 = \sum_{i=1}^k (M_i - M_i^*) \frac{1}{\sigma_i^2} (M_i - M_i^*)$$

$$\text{mit } C = (\sigma_i \sigma_j \cdot \delta_{ij}) = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & & \sigma_k^2 \end{pmatrix}$$

$$d^2 = (M - M^*)^T C^{-1} (M - M^*) \quad \text{und } C^{-1} = \begin{pmatrix} 1/\sigma_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1/\sigma_k^2 \end{pmatrix}$$

Verallgemeinerung:

$r^2 = (M - M^*)^T C^{-1} (M - M^*) \quad \text{mit } C = \{c(i,j)\}$

Mahalanobisdistanz

4.4.5. Übereinstimmung in Merkmalen

Sei $M_i \in \{0,1,\dots, n\}$ und die Differenz $(M_i - M_i^*)$ eine ganze Zahl u_i
 \implies Maß der Übereinstimmung $q = |u_1| + |u_2| + \dots + |u_k|$ (Manhattan-Abstand)
 z. B. M_1 - # Stühle im Raum, M_2 - # Tische, M_3 - # Schränke

Die Bedeutung für die Identifikation kann durch Gewichte betont werden

$q = \alpha_1 |u_1| + \alpha_2 |u_2| + \dots + \alpha_k |u_k|$ (Manhattan-Distanz)

z. B. Stühle: $\alpha_1 = 1$, Tische: $\alpha_2 = 1.5$, Schränke: $\alpha_3 = 3$;

$q \leq 3 \implies$ Übereinstimmung

4.4.6. Verschiedene Anzahl von Merkmalen in den Szenen (J. Weber)

Zwei Szenen gekennzeichnet durch vollständige Graphen G und G^*

mit n Ankerpunkten und $n(n-1)$ Entfernungen,
bzw. m Ankerpunkten und $m(m-1)$ Entfernungen

==> Vergleich von Subgraphen

Der momentane Scan kann "Geisterkanten" enthalten

temporäre Objektkanten von Hindernissen (eher selten, nur bei großen Hindernissen)
durch Hindernisse verdeckte echte Kanten (relativ häufig)

==> i. allg. nur partielle Übereinstimmung

==> geschickt organisierte Suche in einer Datenbank,
wenn # Übereinstimmungen > Schwellwert ==> Scene erkannt

